

# Cours 1 - Premiers pas en 3D

Xavier Décoret - INF583 – École Polytechnique

# Disclaimer

---

- ▶ **Attention, c'est le cours**
  - ▶ le plus difficile
  - ▶ le plus important
- ▶ Il y a beaucoup de “on verra plus tard”
- ▶ C'est le “canvas” sur lequel ancrer les connaissances

# Overview

---

- ▶ **Représentation du monde**
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ **Obtention d'une image**
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API

# Overview

---

- ▶ **Représentation du monde**

- ▶ maillages
- ▶ coordonnées homogènes
- ▶ matrices de transformation

- ▶ **Obtention d'une image**

- ▶ modèle de caméra
- ▶ ray-tracing
- ▶ rasterisation
- ▶ découverte de l'API

# Représentation du monde

---

- ▶ **Notion de modèle**
  - ▶ représenter un objet à manipuler
    - ▶ modèles réduits, maquettes
    - ▶ visualisation et édition
  - ▶ abstraire la réalité
    - ▶ simplifier/idéaliser le problème
    - ▶ réduire/identifier les paramètres
- ▶ **Types de modèles?**
  - ▶ modèles mathématiques
    - ▶ classes d'objets représentables
  - ▶ modèles numériques
    - ▶ valeurs décrivant un objet particulier

# Spécificité de l'informatique

## ▶ Le modèle doit être constructif

### ▶ ex: la suite des nombres premiers

#### ■ en math

- définition par des propriétés
- manipulation par des théorèmes

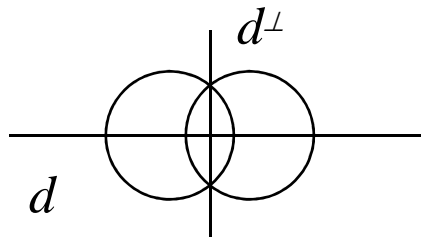
#### ■ en info

- on veut leurs valeurs!

### ▶ ex: droite perpendiculaire à une autre

#### ■ en math

- règle et compas



*modèle du compas et de la règle*

#### ■ en info

- coordonnées 2D

$$D(M, \text{rot}(\frac{\pi}{2}, \vec{v}))$$

The diagram shows a 2D coordinate system with a horizontal axis and a vertical axis. A point  $M$  is marked in the first quadrant. A vector  $\vec{v}$  is drawn from the origin to  $M$ . Below the horizontal axis, the expression  $D(M, \vec{v})$  is written.

# Application au graphisme (1 / 2)

---

- ▶ Que faut-il modéliser?
  - ▶ la forme des objets
  - ▶ l'apparence des objets
    - ▶ matériaux
    - ▶ ombres
    - ▶ plus généralement, les interaction lumineuses
  - ▶ la “physique”
    - ▶ mouvements
    - ▶ collisions
    - ▶ déformations

# Application au graphisme (2 / 2)

---

- ▶ **Quelles sont les contraintes?**
  - ▶ modèle **puissant** permettant:
    - ▶ de représenter une large classe d'objets
    - ▶ de créer des objets complexes à partir d'objets simples
  - ▶ modèle **intuitif** permettant
    - ▶ d'éditer le modèle
    - ▶ d'animer des parties du modèle
  - ▶ modèle **efficace**
    - ▶ peu coûteux en mémoire
    - ▶ rapide à afficher / à traiter



# Conclusion

---

- ▶ Il n'y a pas un mais des modèles!
- ▶ On verra principalement les maillages
  - ▶ PGCD des différents modèles
  - ▶ Adapté au cartes accélératrices 3D
  - ▶ Plutôt intuitif
  - ▶ Massivement utilisé
- ▶ On en verra d'autres plus tard
  - ▶ *Modélisation à base de point*
  - ▶ *Modélisation à base d'image*
  - ▶ *Modélisation procédurale*
  - ▶ *Surfaces paramétrées*

# Overview

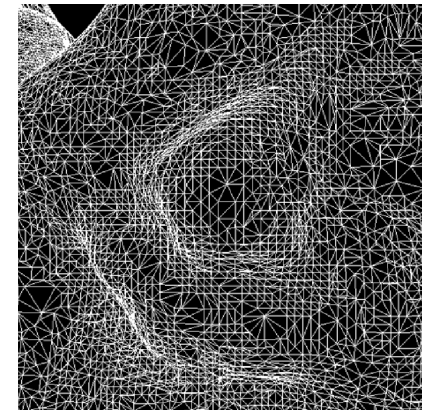
---

- ▶ Représentation du monde
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ Obtention d'une image
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API

# Maillages

---

- ▶ Ensemble de sommets et de faces
  - ▶ sommet (*vertex/vertices*)
    - ▶ ensemble d'attributs dont une position 3D
  - ▶ faces (*face, facets*)
    - ▶ relie les points
    - ▶ a deux "côtés"
    - ▶ l'orientation compte
    - ▶ doit être convexe
    - ▶ peut se ramener aux triangles



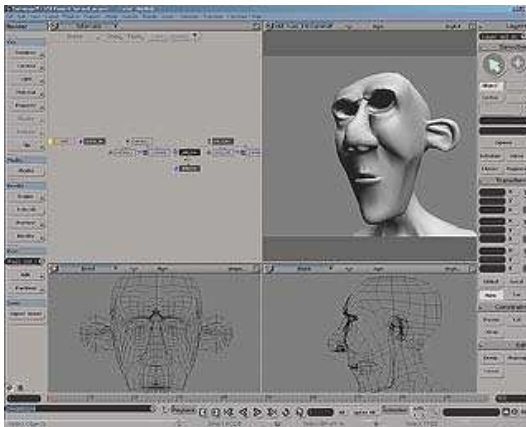
# Authoring

---

- ▶ Avec un système de scan 3D



- ▶ Avec un outil de DCC (*Digital Content Creation*)



# Overview

---

- ▶ Représentation du monde
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ Obtention d'une image
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API

# Coordonnées homogènes

---

- ▶ Espace projectif  $\mathbb{P}^3$

- ▶ Espace quotient sur  $\mathbb{R}^4$  pour la relation d'équivalence

$$(x, y, z, w) \equiv (x', y', z', w') \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right) = \left(\frac{x'}{w'}, \frac{y'}{w'}, \frac{z'}{w'}\right) \text{ si } w \neq 0 \\ (x, y, z) = (x', y', z') \text{ si } w = 0 \end{cases}$$

- ▶ Contient  $\mathbb{R}^3$  plus les points à l'infini

- ▶ À quoi ça sert?

- ▶ Unifier les calculs géométriques
- ▶ Permettre des interpolations

} Cf. plus loin dans le cours

# Overview

---

- ▶ Représentation du monde
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ Obtention d'une image
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API

# Transformation

---

- ▶ **Pourquoi?**

- ▶ Utilisation de repères locaux
- ▶ Instanciation

- ▶ **Lesquelles?**

- ▶ Rigide: translation & rotation
- ▶ Autres: mise à l'échelle, *shear*
- ▶ Et plus dans un instant...

- ▶ **Quelle représentation?**

- ▶ Matrice 4x4



# Représentation par matrice 4x4

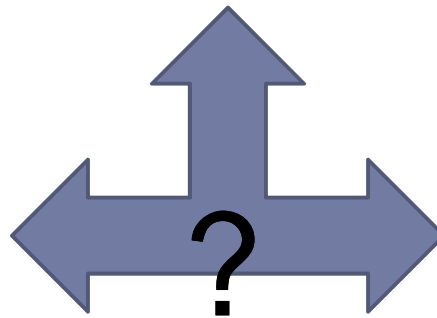
## ► Attention à “l’orientation”

### ► *Row order vs. column order*

```
float M[16] = { a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p };  
float M[4][4] = { {a,b,c,d },  
                  {e,f,g,h },  
                  {i,j,k,l },  
                  {m,n,o,p } };
```

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

Row order


$$\begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix}$$

Column order

# Représentation par matrice 4x4

## ▶ Attention à “l’orientation”

- ▶ *Row order vs. column order*
- ▶ Anglo saxons et Français

$t$  une transformation de matrice

$$\begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix}$$

$v$  un point de coordonnées

$$(x, y, z, w)$$

coordonnées de  $t(v)$  ?

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \quad ? \quad \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phantom{x} \\ \phantom{y} \\ \phantom{z} \\ \phantom{w} \end{bmatrix}$$

# Représentation par matrice 4x4

## ▶ Attention à “l’orientation”

- ▶ Voici la convention/cohérence choisie

```
float M[16] = { a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p };  
float M[4][4] = { {a,b,c,d },  
                  {e,f,g,h },  
                  {i,j,k,l },  
                  {m,n,o,p } };
```



$$M = \begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix}$$

coordonnées de  $t(v)$



$$\begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

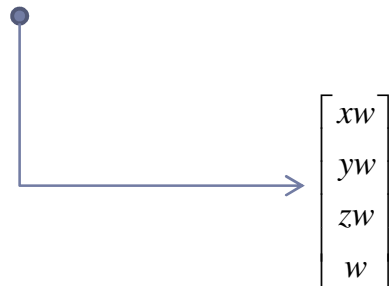
# Représentation par matrice 4x4

- ▶ Permet les transformations précédentes

Translation par (a,b,c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P(x,y,z)



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} xw+aw \\ yw+bw \\ zw+cw \\ w \end{bmatrix}$$

P(x+a,y+b,z+c)

```
float M[4][4] = { {1,0,0,0},  
                  {0,1,0,0},  
                  {0,0,1,0},  
                  {a,b,c,1}  
                };
```

```
float P[4] = {xw,yw,zw,w};
```

# Représentation par matrice 4x4

---

- ▶ Permet les transformations précédentes

Translation par (a,b,c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

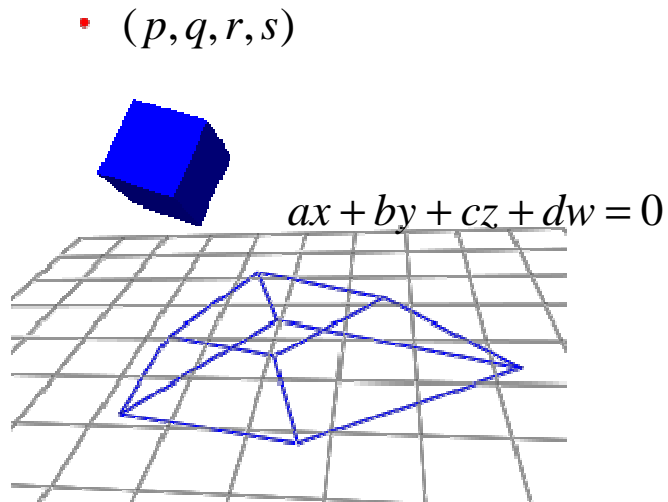
Rotation de  $\alpha$  autour de (x,y,z)

$$\begin{matrix} c = \cos(\alpha) \\ s = \sin(\alpha) \end{matrix} \begin{bmatrix} x^2(1-c) + c & xy(1-c) + zs & xz(1-c) + ys & 0 \\ yx(1-c) - zs & y^2(1-c) + c & yz(1-c) - xs & 0 \\ zx(1-c) - ys & zy(1-c) + xs & z^2(1-c) + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Représentation par matrice 4x4

---

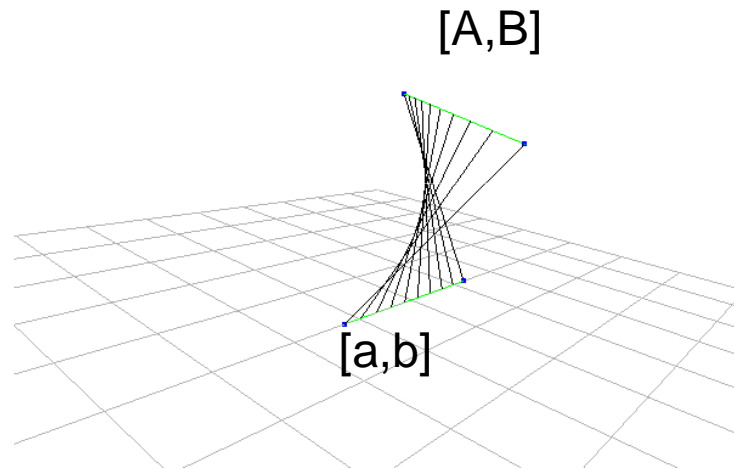
- ▶ Permet plus encore
  - ▶ Projection sur un plan depuis un point (ou une direction)



$$M = [abcd]^T \times [pqrs] - [abcd] \times [pqrs]^T I$$

# Représentation par matrice 4x4

- ▶ Permet plus encore
  - ▶ Transformation d'un segment en un autre



$$M = u^T ab + ab^T \times (a - (A \cdot u)ab)$$
$$u = \frac{AB}{|AB|^2}$$

Les vecteurs  $u, ab, a$  et  $A$  sont des coordonnées homogènes avec  $w=0$  pour  $u$  et  $ab$ , et avec  $w=1$  pour  $a$  et  $A$

# Overview

---

- ▶ Représentation du monde
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ **Obtention d'une image**
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API



# Obtention d'une image

---

## Ray-tracing

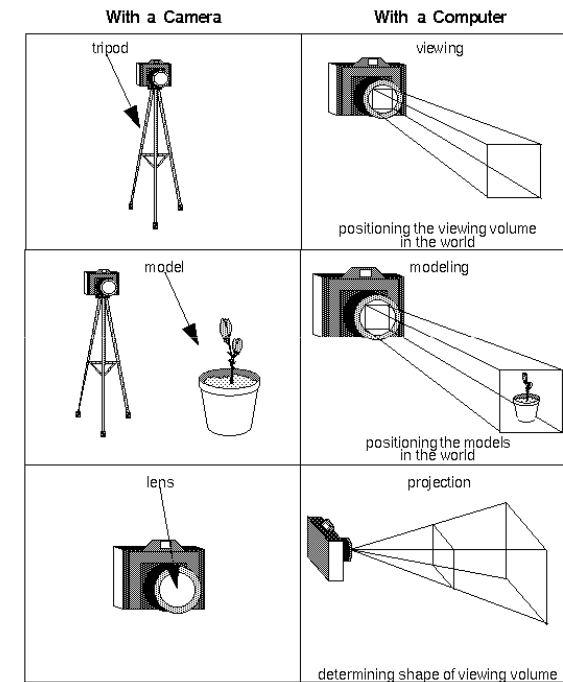
- ▶ On part de la caméra et on regarde quelles parties de la scène elle voit.

## Rasterisation

- ▶ On part de la scène et on la projette sur l'écran de la caméra

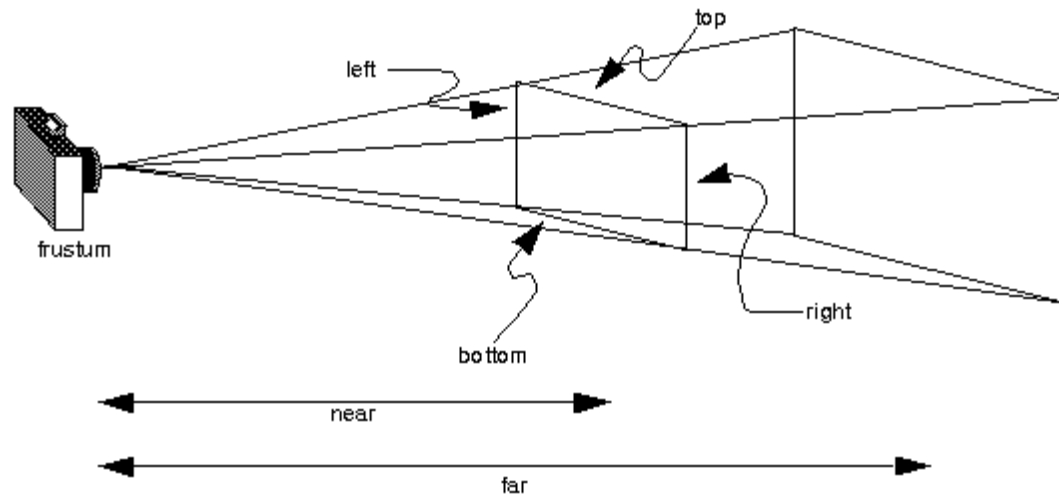
# Caméra *pinhole*

- ▶ Paramètres intrinsèques et extrinsèques
  - ▶ Position/orientation
  - ▶ Pyramide de vue (*view frustum*)



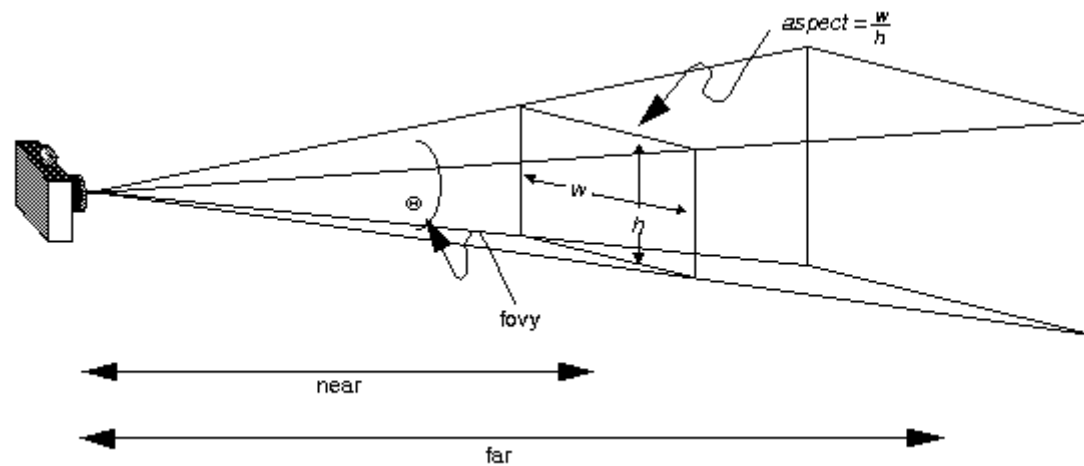
# Caméra *pinhole*

- ▶ Paramètres intrinsèques et extrinsèques
  - ▶ Position/orientation
  - ▶ Pyramide de vue (*view frustum*)



# Caméra *pinhole*

- ▶ Paramètres intrinsèques et extrinsèques
  - ▶ Position/orientation
  - ▶ Pyramide de vue (*view frustum*)



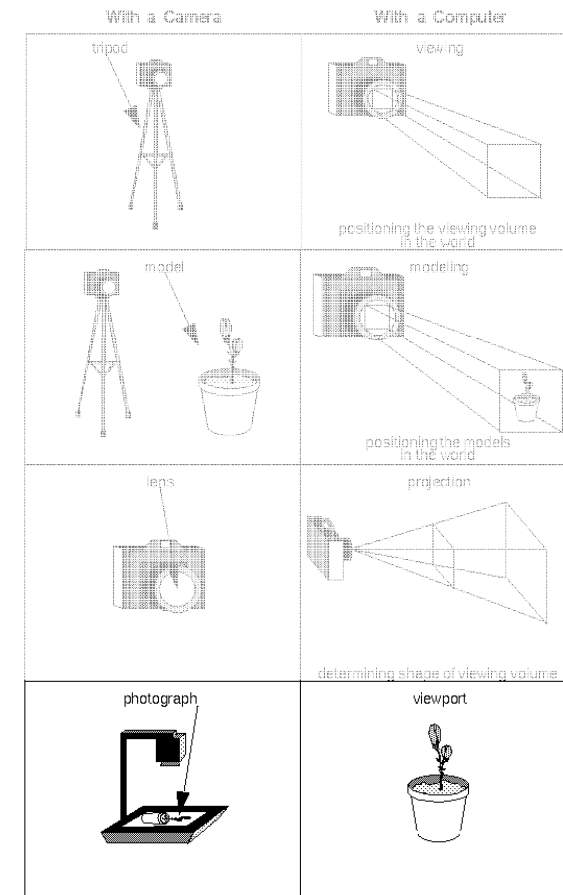
# Caméra *pinhole*

## ▶ Modélisé par deux matrices 4x4

- ▶ *View* : place la caméra dans le monde ou, de manière équivalente, transforme le monde dans le repère propre de la caméra.
- ▶ *Projection* : projette les points sur le plan image

## ▶ ...et un *viewport*

- ▶ Indique comment “mapper” le plan image de la caméra sur tableau de pixels



# Caméra *pinhole*

## ► Projection orthogonale et perspective



*Typiquement utile pour la conception (vue de dessus, de côté), mais aussi pour modéliser des sources lumineuses directionnelles comme le soleil.*



$$\begin{bmatrix} \frac{f}{\text{aspect}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\text{near} + \text{far}}{\text{near} - \text{far}} & \frac{2\text{near}\text{far}}{\text{near} - \text{far}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

avec  $f = \cotan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

# Caméra pinhole

---

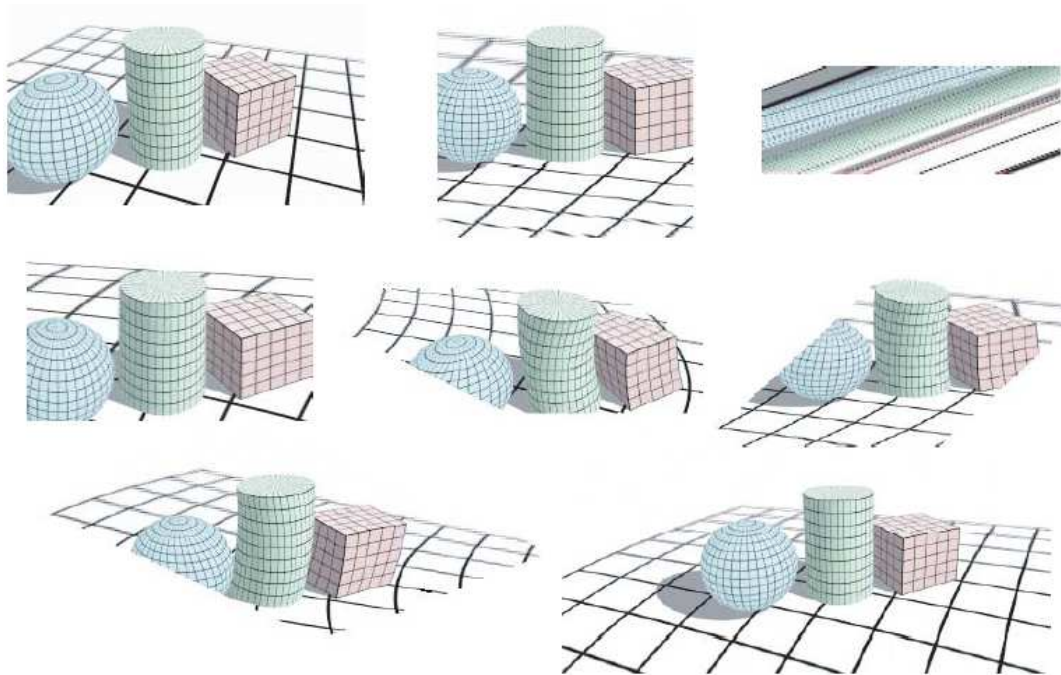
- ▶ C'est un modèle simple et pratique
- ▶ Ne simule pas les phénomènes optiques dus aux lentilles
  - ▶ pas de profondeur de champ
  - ▶ pas d'aberrations
- ▶ On peut les rajouter par des “post-traitements” image



[http://www.linternaute.com/photo\\_numerique/dossier/aberrations/index.shtml](http://www.linternaute.com/photo_numerique/dossier/aberrations/index.shtml)

# Caméra *pinhole*

- ▶ Appartient à une classe de caméra plus large



Yu, J. and L. McMillan. ECCV 2004  
[General Linear Cameras.](#)



Yu, J. and L. McMillan. EGSR 2004  
[A Framework for Multiperspective Rendering.](#)



# Overview

---

- ▶ Représentation du monde
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ Obtention d'une image
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API

# Ray-tracing (1 / 3)

---

- ▶ **Pour chaque point P de l'écran**
  - ▶ tracer un rayon joignant l'oeil et P
  - ▶ intersecter ce rayon avec les triangles de la scène
  - ▶ calculer la couleur du point d'intersection I
    - ▶ lancer éventuellement des rayons secondaires depuis I
    - ▶ on y reviendra

# Ray-tracing (2 / 3)

---

- ▶ **Calcul de l'intersection**

**Fast, minimum storage ray/triangle intersection**  
*Möller T., Trumbore B. Siggraph 2005 course*

- ▶ de nombreuses méthodes
- ▶ faisable en parallèle
- ▶ utilisation de structures d'accélération

- ▶ **Généralisable à d'autres primitives**

- ▶ Quadriques (sphères, ellipsoïdes, cylindres, cônes)
- ▶ Grille régulière ou hiérarchiques

# Ray-tracing (3 / 3)

---

- ▶ Proche du phénomène “physique”
- ▶ Nombreuses variantes & applications
  - ▶ *Ray-tracing*
  - ▶ *Path tracing*
  - ▶ *Photon mapping*
- ▶ Belles images mais coûteux



# Rasterisation (1 / 3)

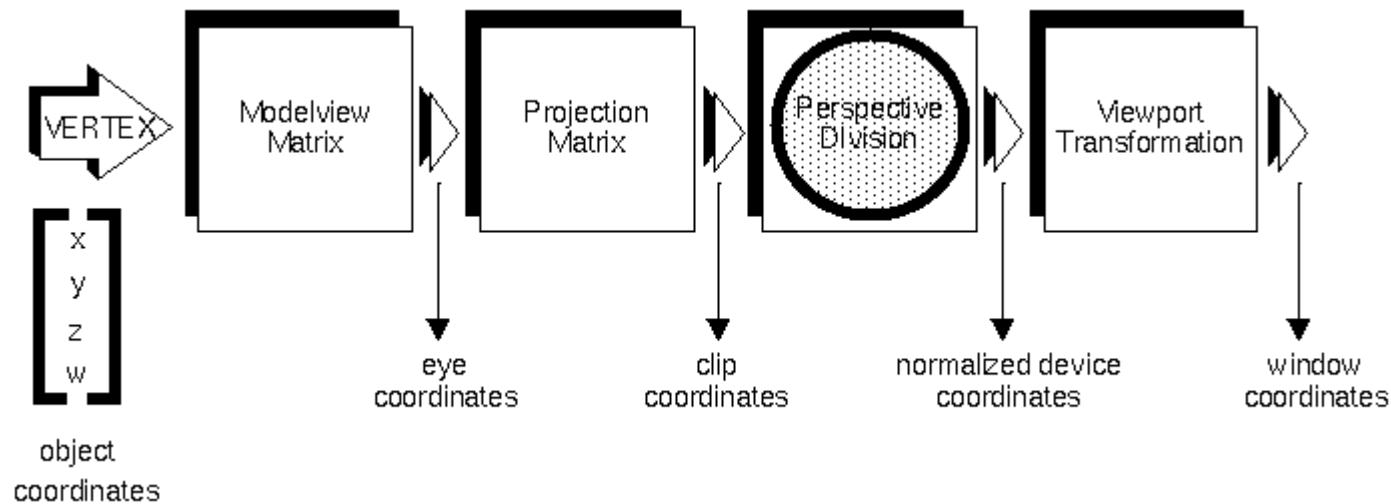
---

- ▶ **Pour chaque triangle**
  - ▶ on projette les sommets sur l'écran
  - ▶ on remplit l'intérieur du projeté
  - ▶ en chaque point, on garde la projection la plus proche

# Rasterisation (2/3)

## ► Projection sur l'écran

- Position du sommet dans le monde
  - Position dans le repère caméra
  - Projection sur l'écran
  - Conversion en pixels
- duales , modélisé par une seule matrice : modelview*



# Rasterisation (3 / 3)

---

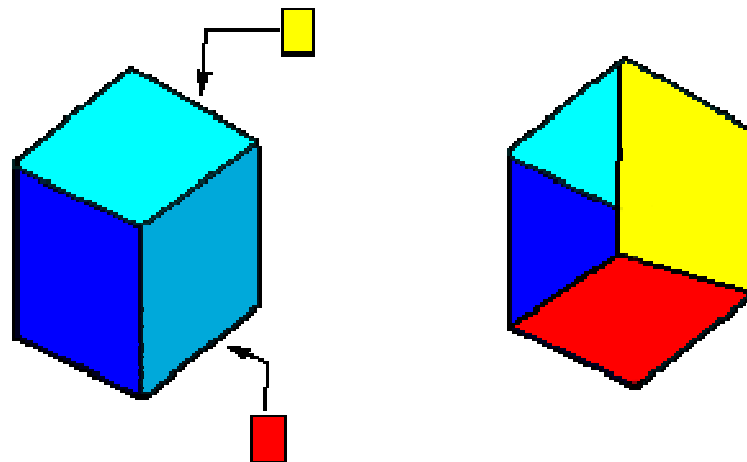
- ▶ Remplissage du projeté
  - ▶ Interpolation des attributs
  - ▶ Production d'une couleur (cf. plus tard)
  - ▶ Interpolation perspective

# Rasterisation (3/3)

---

## ► Problème: élimination des faces cachées

<http://www.cosc.brocku.ca/Offerings/3P98/course/lectures/hiddenlines/>



**Drawing faces in different orders**



# Rasterisation (3/3)

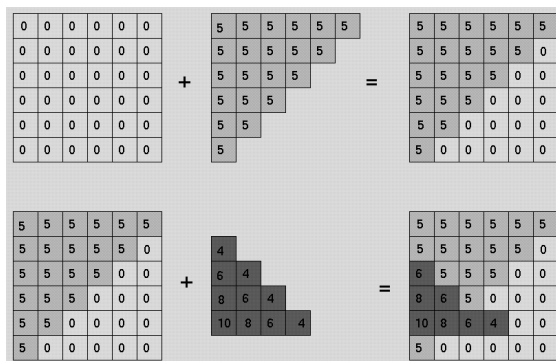
## ► Problème: élimination des faces cachées

<http://www.cosc.brocku.ca/Offerings/3P98/course/lectures/hiddenlines/>

## ► Solution: Z-Buffer et Z-test

### ► Principe:

- stocker une couleur plus une distance à l'oeil
- comparer celles des fragments produits
- garder le plus proche



Principe du z-test



Visualisation d'un z-buffer

Visualising the z-buffer  
N Stewart, RMIT SCSIT  
14th January 2002

Frame Buffer Initialisation

Rasterise first object

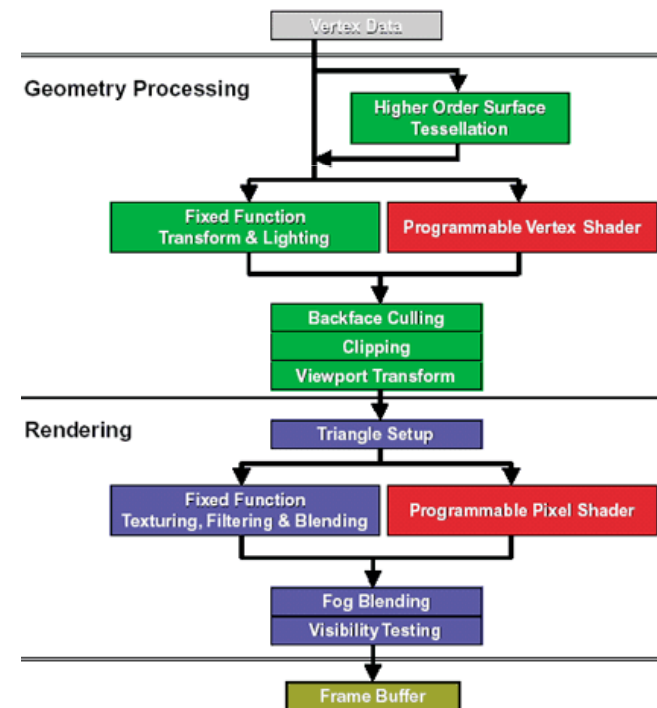
Update RGB and z-buffer

Rasterise second object

Update RGB and z-buffer using z-less test

# Conclusion

- ▶ On ne parlera que de rasterisation
- ▶ C'est très adapté aux cartes graphiques (aka GPU)
  - ▶ Pourquoi?
  - ▶ Comment marche une carte?
    - ▶ Transform & Lighting stage
    - ▶ Rasterisation
    - ▶ Framebuffer
    - ▶ Depth/Alpha/Scissor/Stencil Tests



# Overview

---

- ▶ Représentation du monde
  - ▶ maillages
  - ▶ coordonnées homogènes
  - ▶ matrices de transformation
  
- ▶ Obtention d'une image
  - ▶ modèle de caméra
  - ▶ ray-tracing
  - ▶ rasterisation
  - ▶ découverte de l'API

# API graphiques

---

- ▶ Permet d'envoyer des ordres à la carte
- ▶ Très proche du hard
- ▶ Deux grandes: DirectX OpenGL
- ▶ Un exemple vaut mieux qu'un long discours
  - ▶ spécifier un maillage en *direct mode*
  - ▶ instancier un objet
  - ▶ placer la caméra
- ▶ La suite en TD...

# Retour sur les maillages

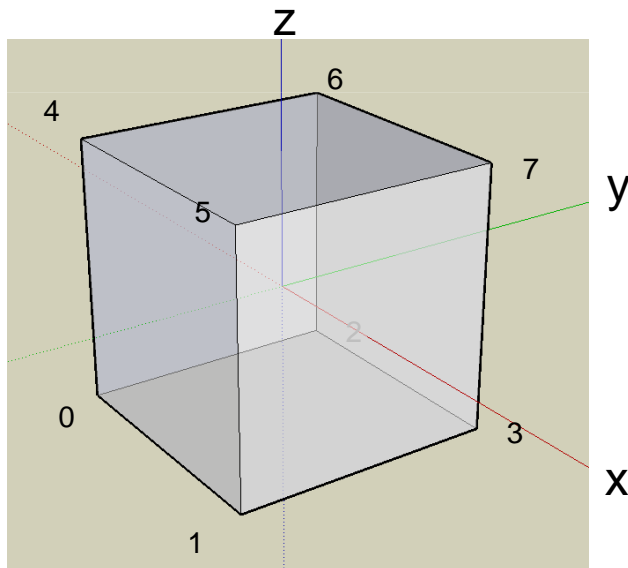
---

- ▶ **Considérations pratiques**
  - ▶ Stockage
  - ▶ Performance
    - ▶ Coût des traitements
    - ▶ Coûts des transferts CPU/GPU
- ▶ **Considérations théoriques**
  - ▶ Information non structurée
  - ▶ Forme mais pas topologie
- ▶ **On peut faire mieux que la soupe de triangles...**

# Indexed Face Set (1/2)

## ► Principe

- Un tableau décrit les sommets (4 floats)
- Un tableau décrit les triangles reliant ces sommets (integers)



*Vertices*

#	X	Y	Z
0	-0.5	-0.5	-0.5
1	+0.5	-0.5	-0.5
2	-0.5	+0.5	-0.5
3	+0.5	+0.5	-0.5
4	-0.5	-0.5	+0.5
5	+0.5	-0.5	+0.5
6	-0.5	+0.5	+0.5
7	+0.5	+0.5	+0.5

*Facets*

v0	v1	v2	v3
0	2	6	4
1	3	7	5
0	1	5	4
2	3	7	6
0	1	3	2
4	5	7	6

# Indexed Face Set (2/2)

## ▶ Avantages

### ▶ Diminue les coûts

#### ▶ de stockage/transfert

$6 \times 4 \times (3 \text{ float}) = 288 \text{ bytes}$  soupe de triangles  
 $8 \times (3 \text{ float}) + 6 \times 4 \text{ short int} = 120 \text{ bytes}$  *indexed face set*

#### ▶ lors du traitement

8 sommets à "projeter" contre 24

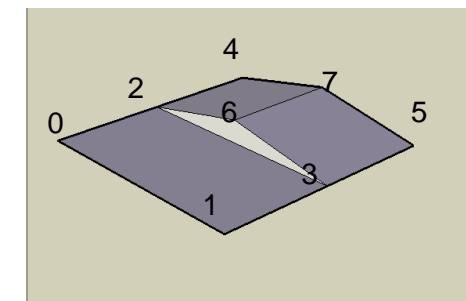
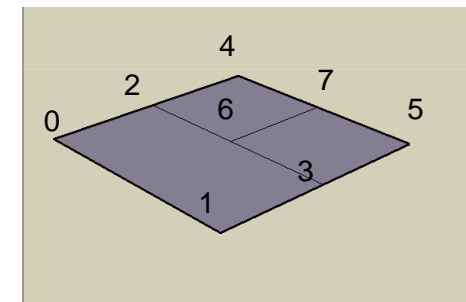
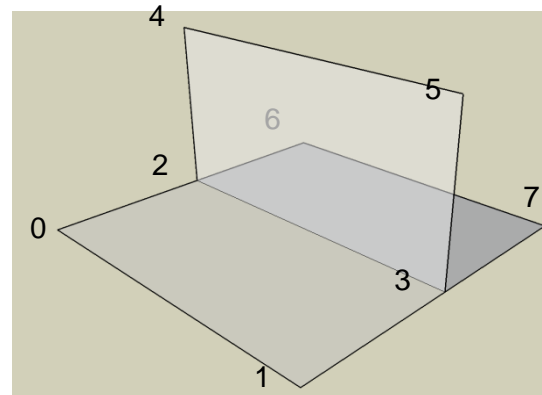
### ▶ Encode forme et topologie

## ▶ Inconvénients

### ▶ Pas de contraintes topologiques

#### ▶ *non manifold*

#### ▶ *T-vertices*



C'est fini pour aujourd'hui



C'est l'heure de la pause